Dinámica Nolineal (Cátedra Mindlin)

Guía de introducción a simulaciones numéricas.
1er cuatrimestre 2009

Problema 1: **Series temporales.** Considere el siguiente problema de condiciones iniciales:

$$\dot{x} = x + \frac{10}{1+(x-1)^2} - 0.1e^x.$$

(a) Intente resolverlo analíticamente, y finalmente no pueda.
(b) Integre numéricamente para diferentes condiciones iniciales y construya un retrato de fases. Dibuje en un mismo gráfico las series temporales que le permitieron construir el retrato de fase.

Problema 2: **Pitchfork en 1D.** Considere el siguiente sistema: $\dot{x} = \mu x - 4x^3$. Se trata de identificar una bifurcación a partir de la observación de series temporales.
(a) Integre el sistema para diferentes condiciones iniciales, con $\mu < 0$. Dibuje las diferentes series temporales en un mismo gráfico y muestre que hay un atractor.
(b) Repita el ítem anterior, con $\mu > 0$. ¿Cuántos atractores encuentra ahora?

Problema 3: **Retratos de fase en 2D.** Integre el oscilador de van der Pol con diferentes condiciones iniciales.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y - x^3 + x\\ \dot{y} &= -0.1x\end{aligned}$$

Muestre nulclinas y trayectorias que le permitan entender la apariencia del espacio de fases.

Problema 4: **Bifurcación de Hopf.** Para cada uno de los siguientes sistemas muestre que el origen sufre una bifurcación de Hopf cuando $\mu = 0$. Determine si la bifurcación es sub- o supercrítica. Si está medio despistado, pruebe andando para atrás.

(a) $$\begin{aligned}\dot{x} &= \mu x + y\\ \dot{y} &= -x + \mu y - x^2 y\end{aligned}$$

(b) $$\begin{aligned}\dot{x} &= \mu x + y - x^3\\ \dot{y} &= -x + \mu y - 2y^3\end{aligned}$$

Problema 5: **Excitabilidad.** Grafique las nulclinas del siguiente oscilador de relajación:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x - x^3 + y \\ \dot{y} &= -0.1(x - \mu) \end{aligned}$$

(a) Muestre que existe un ciclo límite cuando las nulclinas se cortan en la rama central de la nulclina cúbica. Grafique trayectorias en el espacio de fases para condiciones iniciales diversas y muestre que tienen todas el mismo comportamiento cualitativo.

(b) ¿Qué ocurre cuando la intersección de las nulclinas ocurre en una de las ramas crecientes de la cúbica? Muestre que en este caso condiciones iniciales cercanas pueden tener evoluciones temporales cualitativamente diferentes.